Dos franceses merecen el crédito por la idea del sistema de coordenadas. Pierre de Fermat fue un abogado que hizo de las matemáticas un pasatiempo. En 1629 escribió una nota en la que, en efecto, hizo uso de coordenadas para describir puntos y curvas. Sus ideas de la geometría analítica, esto es, la introducción de coordenadas rectangulares y la aplicación a la geometría de los métodos algebraicos, se concentran en una pequeña obra: *Introducción a la teoría de los lugares planos y espaciales.* Fermat se abocó a la tarea de reconstruir los *Lugares Planos,* de Apolonio, y describió, alrededor de 1636, el principio fundamental de la geometría analítica.

(x, y)

René Descartes era un filósofo que pensaba que las matemáticas podían descubrir los secretos del universo. Publicó *Géométrie* en 1607. Es un libro famoso y aunque destaca el papel del álgebra en la resolución de problemas geométricos, en él se encuentra sólo una insinuación de las coordenadas.

Pero sí está totalmente demostrado que la introducción del método de coordenadas debe atribuirse a Fermat y no a Descartes. Sin embargo, la obra de Fermat no ejerció tanta influencia como la *Géométrie* de Descartes, debido a la tardanza de su edición y al engorroso lenguaje algebraico utilizado.

Euler dio a la geometría analítica un aspecto próximo al actual, y dedicó a esto el segundo tomo de *Introducción al análisis* (1748). La denominación de geometría analítica fue introducida por primera vez por el matemático francés S. F. Lacroix (1764-1848), a fines del siglo XVIII.

René Descartes

(Francia, 1596-1650)

René Descartes fue el creador del racionalismo y uno de los padres de la filosofía moderna.

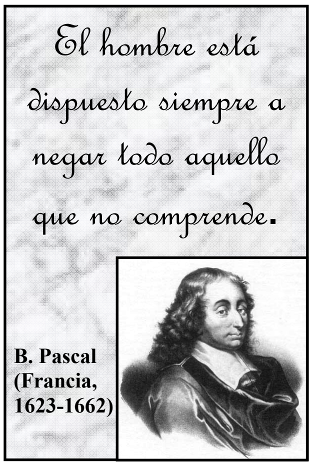
Educado por los jesuitas, estudió jurisprudencia, ingresó en el ejército y luego se retiró a vivir a Holanda, donde permaneció desde 1626 a 1649. Posteriormente fue invitado por Cristina de Suecia a su corte, donde falleció en 1650.

Considerado el primer filósofo moderno, Descartes utilizó la ciencia y las matemáticas para explicar y pronosticar acontecimientos en el mundo físico. Su famosa frase «Cogito ergo sum» 'Pienso, luego existo' fue el punto de partida que le llevó a investigar las bases del conocimiento.

La contribución más notable que hizo Descartes a las matemáticas fue la sistematización de la geometría analítica. Fue el primer matemático que intentó clasificar las curvas conforme al tipo de ecuaciones que las producen, y contribuyó también a la elaboración de la teoría de las ecuaciones. Descartes fue el responsable de la utilización de las últimas letras del alfabeto para designar las cantidades desconocidas y las primeras letras para las conocidas.

10

RAMAS INFINITAS Y ASÍNTOTAS

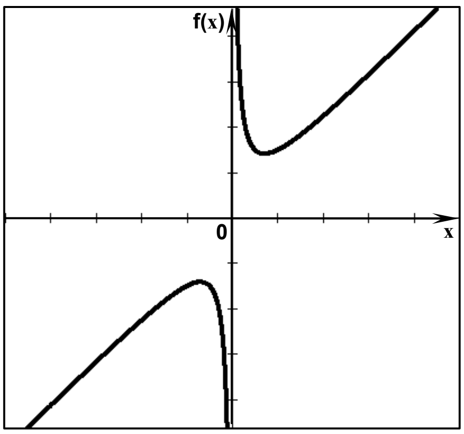


1 – DEFINICIÓN DE RAMA INFINITA

Se dice que un punto se aleja infinitamente sobre la representación gráfica de una función, cuando su abscisa o su ordenada, o ambas coordenadas, tienden a infinito.

Cuando se cumple alguna de estas condiciones, se dice que la función presenta una *rama infinita*.

EJEMPLO: Dada la representación gráfica de la función **f**, indicar sus ramas infinitas.



La función **f** cuya representación gráfica se da en el dibujo tiene cuatro ramas infinitas.

En cero por la derecha.
En cero por la izquierda
En $x \to +\infty$
En $x \to -\infty$

Para que se cumpla la definición dada, debe pasar que $x \to \infty$ o que $f(x) \to \infty$.

Por lo tanto, las ramas infinitas de una función pueden aparecer **no solo** cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, sino también en los valores de x donde la función no está definida (véase el tema dominio en la página 242), cuando alguno de los límites laterales es infinito.

NOTA

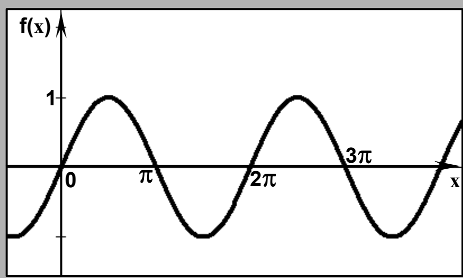
En la práctica del trabajo, solo se investigan las ramas infinitas que pueda presentar la función para $x \to +\infty$ y para $x \to -\infty$ como paso previo a la determinación de asíntotas horizontales y oblicuas, **ya que las ramas infinitas que pueda tener la función cuando x tienda a un valor finito, son valores en que la función no está definida y aparecen en el estudio de los límites laterales.**

En algunas funciones como:

f: f(x) = sen x   g: g(x) = cos x

aunque la función está definida en todos los números reales, no hay ramas infinitas, pues el límite a considerar no existe.

No existe $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$



Representación gráfica de f: f(x) = sen x

EJEMPLO: Estudie las ramas infinitas de: $f:\ f(x) = x.e^{\left(\frac{1}{x}\right)}$

Para estudiar las posibles ramas infinitas de una función es necesario calcular los límites laterales en los puntos de no existencia y en $x \to +\infty$ y $x \to -\infty$ (siempre que **f** esté definida).

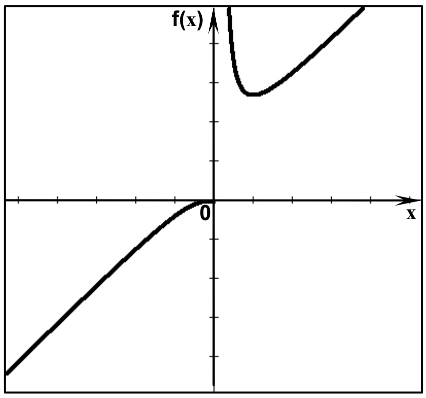
$D(f) = \{\, x \,/\, x \in \mathbb{R},\ x \neq 0 \,\}$

$$\lim_{x \to 0^+} x.e^{\left(\frac{1}{x}\right)} = +\infty$$

En $x \to 0^+$ presenta una rama infinita.

$$\lim_{x \to 0^-} x.e^{\left(\frac{1}{x}\right)} = 0^-$$

En $x \to 0^-$ **NO** presenta una rama infinita.



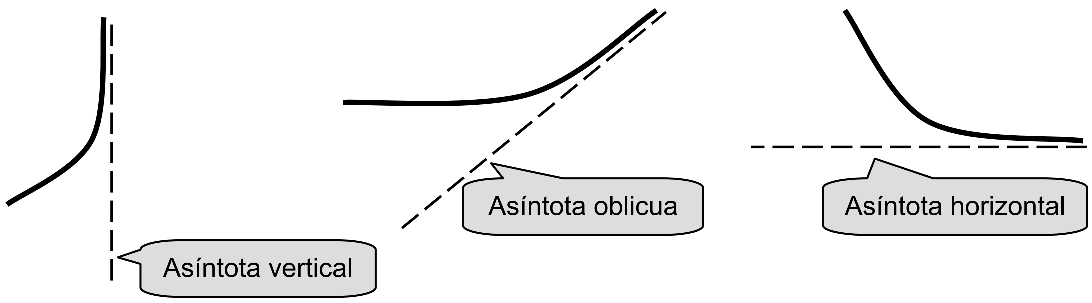
$$\lim_{x \to +\infty} x.e^{\left(\frac{1}{x}\right)} = +\infty$$ En $x \to +\infty$ presenta una rama infinita.

$$\lim_{x \to -\infty} x.e^{\left(\frac{1}{x}\right)} = -\infty$$ En $x \to -\infty$ presenta una rama infinita.

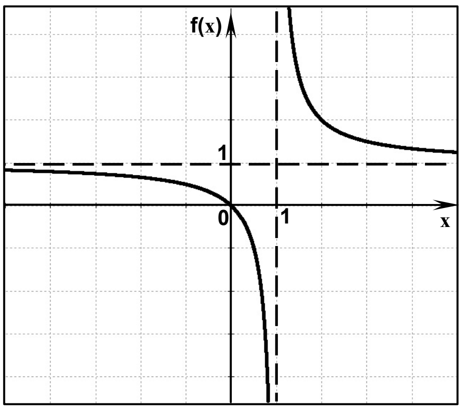
2 – DEFINICIÓN DE ASÍNTOTA

Se llama *asíntota* a la representación gráfica de una función **f**, a una recta tal que la distancia entre esta y un punto que se aleja infinitamente sobre la representación gráfica, tiende a cero.

La representación gráfica de una función **f** puede presentar varias asíntotas: verticales, horizontales u oblicuas.



EJEMPLO: Dada la representación gráfica de la función $f: f(x) = \frac{x}{x-1}$, indicar sus asíntotas.



Presenta asíntota vertical de ecuación $\mathbf{x = 1}$ cuando $\mathbf{x \to 1}$ por derecha e izquierda.

Presenta asíntota horizontal de ecuación $\mathbf{y = 1}$ cuando $\mathbf{x \to +\infty}$ o $\mathbf{x \to -\infty}$.