En los trabajos de René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1655) comenzó a surgir la geometría analítica. En 1637 se publicó la famosa obra de Descartes *Discurso del Método*. **Es un libro famoso y, aunque destaca el papel del álgebra en la resolución de problemas geométricos, allí se encuentra sólo una insinuación acerca de coordenadas.**

(x, y)

Descartes concluyó su obra con tres ejemplos concretos sobre cómo podía ser aplicada. El tercero de ellos es un extenso apéndice de 106 páginas llamado *La Géométrie* **y, aunque es un tratado teórico sin ninguna intención práctica, representó un papel trascendente en el futuro de las matemáticas.**

Su influencia originó la geometría analítica, que en esencia consiste en la aplicación del álgebra al análisis geométrico mediante el establecimiento de ciertos convenios, fundamentalmente la creación de un sistema de coordenadas que permite individualizar cada punto por un par de números, para la geometría analítica plana, y por tres números, para la geometría analítica del espacio.

La Géométrie **tenía dos inconvenientes. Uno, que había sido publicada en francés, y el otro, que fue una obra de difícil comprensión para la mayoría de los contemporáneos de Descartes, debido a que el autor omitió en ella muchos detalles elementales.**

En virtud de haber tenido la primera y más explícita idea, Fermat debiera obtener el reconocimiento principal a su obra, pero la historia es un amigo veleidoso; las coordenadas son conocidas como cartesianas en honor de René Descartes.

René Descartes

(Francia, 1596-1650)

René Descartes fue el creador del racionalismo y uno de los padres de la filosofía moderna.

Educado por los jesuitas, estudió jurisprudencia, ingresó en el ejército y luego se retiró a vivir a Holanda, donde permaneció desde 1626 a 1649. Posteriormente fue invitado por Cristina de Suecia a su corte, donde falleció en 1650.

Considerado el primer filósofo moderno, Descartes utilizó la ciencia y las matemáticas para explicar y pronosticar acontecimientos en el mundo físico. Su famosa frase «Cogito ergo sum» 'Pienso, luego existo' fue el punto de partida que le llevó a investigar las bases del conocimiento.

La contribución más notable que hizo Descartes a las matemáticas fue la sistematización de la geometría analítica. Fue el primer matemático que intentó clasificar las curvas conforme al tipo de ecuaciones que las producen. Contribuyó también a la elaboración de la teoría de las ecuaciones. Descartes fue el responsable de la utilización de las últimas letras del alfabeto para designar las cantidades desconocidas, y de las primeras letras para las conocidas.

19

Geometría Analítica

ESTUDIO

DE LA RECTA

1 – DEFINICIÓN DE LUGAR GEOMÉTRICO

Un *lugar geométrico* es un conjunto de puntos del plano que tienen una propiedad en común.

Determinar un lugar geométrico, en el caso de que cada punto esté dado por sus coordenadas cartesianas $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, es hallar la ecuación $\mathbf{y = f(x)}$ (forma explícita) o $\mathbf{f(x,y) = 0}$ (forma implícita) que es la propiedad común de ese conjunto de puntos.

Por ejemplo, para el caso de una recta (que se estudiará en este capítulo) de ecuación: $\mathbf{y = -2x + 3}$

Forma explícita $\rightarrow$ $\mathbf{y = f(x)}$ es la ecuación: $\mathbf{y = -2x + 3}$

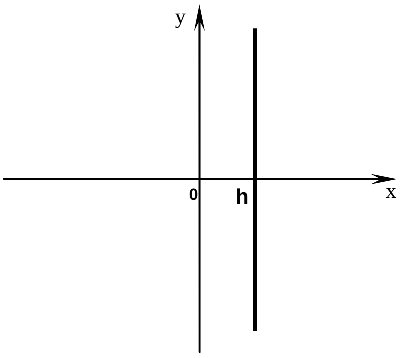
Forma implícita $\rightarrow$ $\mathbf{f(x,y) = 0}$ es la ecuación: $\mathbf{2x + y - 3 = 0}$

La determinación de algunos lugares geométricos que estudia la geometría analítica será presentada desde el punto de vista de la propiedad en común que tienen los puntos considerados.

Por lo tanto, se tratará de encontrar una ecuación que sea verificada por las coordenadas de todos los puntos pertenecientes al lugar considerado. Y recíprocamente, que las coordenadas de todos los puntos que verifiquen la ecuación hallada pertenezcan al lugar geométrico estudiado.

2 – CASOS PARTICULARES DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

2.1. RECTA PARALELA AL EJE DE LAS ORDENADAS (eje $\vec{oy}$)



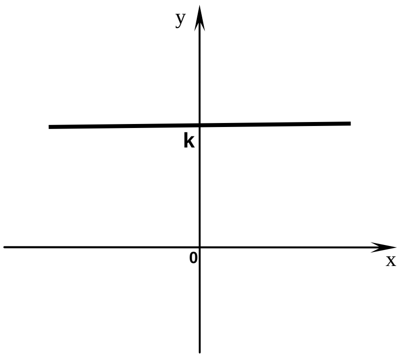
Rectas verticales

Todos los puntos pertenecientes a una recta paralela al eje $\vec{oy}$ poseen una misma propiedad que los identifica como lugar geométrico: que tienen la misma abscisa **h**, es decir que todos ellos verifican la ecuación:

$$\mathbf{x = h} \qquad \mathbf{h} \in \mathbb{R}$$

Por ello, esta es la ecuación de una recta paralela al eje de las ordenadas y que pasa por el punto de coordenadas **(h, 0)**.

2.2. RECTA PARALELA AL EJE DE LAS ABSCISAS (eje $\vec{ox}$)



Rectas horizontales

Del mismo modo, todos los puntos de una recta paralela al eje $\vec{ox}$, tienen como propiedad común la misma ordenada. Es decir, todos ellos verifican la ecuación:

$$\mathbf{y = k} \qquad \mathbf{k} \in \mathbb{R}$$

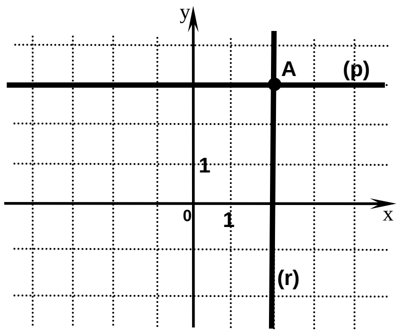
En que **k** es la ordenada de un punto cualquiera perteneciente a la recta.

Dos casos particulares muy importantes son:

Ecuación del eje $\vec{ox}$ $\rightarrow$ $y = \mathbf{0}$

Ecuación del eje $\vec{oy}$ $\rightarrow$ $x = \mathbf{0}$

EJEMPLO: Dado el punto **A(2, 3)**, hallar:
La ecuación de la recta **(r)** paralela al eje $\overrightarrow{oy}$ por el punto **A**.
La ecuación de la recta **(p)** paralela al eje $\overrightarrow{ox}$ por el punto **A**.



Basta con hacer un dibujo, ubicar las rectas pedidas y escribir sus ecuaciones.

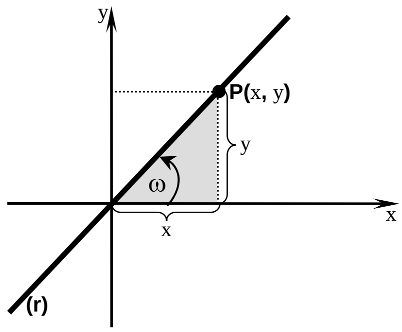
Todos los puntos pertenecientes a la recta **(r)** que pasa por **A** y es paralela al eje $\overrightarrow{oy}$ tienen todos igual abscisa, por lo cual la ecuación de esta recta es: **(r) x = 2**

Todos los puntos pertenecientes a la recta **(p)** que pasa por **A** y es paralela al eje $\overrightarrow{ox}$ tienen igual ordenada, por lo cual la ecuación de esta recta es: **(p) y = 3**

Antes de continuar, es conveniente hacer los ejercicios 447 al 449, de la página 440.

3 – ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR EL ORIGEN

3.1. CASO GENERAL



Sea una recta **(r)** (no vertical) que pasa por el origen de coordenadas **(0, 0)** y forma un ángulo ω con el eje $\overrightarrow{ox}$.

Cualquier punto **P(x, y)** sobre la recta está caracterizado por una propiedad que lo identifica como lugar geométrico:

$$\text{tg}\,\omega = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \qquad \text{tg}\,\omega = \frac{y}{x}$$

O sea que: $\mathbf{y = (tg\ \omega).x}$

Se acostumbra designar a la tangente trigonométrica del ángulo ω con la letra **m**, de donde resulta la ecuación:

$$\textbf{(r)} \quad y = mx$$

Esta es la ecuación de una recta que pasa por el origen de coordenadas y no es paralela al eje $\overrightarrow{oy}$.

Al coeficiente **m** se le llama *coeficiente angular de la recta* o *parámetro de dirección*. En física generalmente se usa el nombre de *pendiente*.