Aunque en las obras de los geómetras griegos se encuentran procedimientos que se relacionan con facilidad con los métodos de la geometría analítica, sin embargo esta ciencia no podía surgir hasta que el cálculo literal llegara a un cierto nivel de desarrollo.

Dos franceses merecen el crédito por la idea del sistema de coordenadas. Pierre de Fermat fue un abogado que hizo de las matemáticas un pasatiempo. En 1629 escribió una nota en la que, en efecto, hizo uso de coordenadas para describir puntos y curvas. Rene Descartes fue un filósofo que pensaba que las matemáticas podían descubrir los secretos del universo.

Está totalmente demostrado que la introducción del método de coordenadas debe atribuirse a Fermat y no a Descartes. Sin embargo, la obra de aquel no ejerció tanta influencia como *La Geometrie* **de Descartes, debido a la tardanza de su edición y al engorroso lenguaje algebraico utilizado.**

Las ideas de la geometría analítica de Fermat, esto es, la introducción de coordenadas rectangulares y la aplicación a la geometría de los métodos algebraicos, se concentran en una pequeña obra: *Introducción a la teoría de los lugares planos y espaciales*. **En ella, Fermat se abocó a la tarea de reconstruir los** *Lugares planos* **de Apollonius, y alrededor de 1636, describió el principio fundamental de la geometría analítica: «siempre que en una ecuación final aparezcan dos incógnitas, tenemos un lugar geométrico».**

Pierre de Fermat

(Francia, 1601-1665)

Fermat fue abogado y concejal del rey en el Parlamento de Toulouse. Las matemáticas eran para él un *hobby*.

En 1636, Fermat propuso un sistema de geometría analítica similar al que Descartes planteó unos años después. El trabajo de Fermat se basó en una reconstrucción del trabajo de Apollonius usado en el álgebra de Viète. Similar trabajo deja Fermat al descubrir métodos de diferenciación e integración encontrando los máximos y mínimos.

Logró rápidamente una gran reputación como matemático, pero los intentos por publicar sus trabajos fallaron, pues nunca quiso perfeccionar sus escritos.

Fermat tuvo una de las primeras ideas sobre el cálculo diferencial y, con Pascal, inventó el cálculo de probabilidades. Su obra se halla en el libro *Vaia opera mathematica*, publicada por su hijo en 1679.

18

PUNTOS

Y SEGMENTOS

Geometría Analítica

1 – NOTACIÓN UTILIZADA

PUNTOS

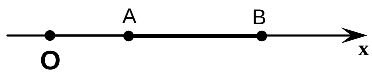
Se anotan con una letra mayúscula.

Si es un punto determinado se usa: **A**, **B** o **P**.

Cuando se refiere a los puntos que cumplen una determinada propiedad, se usa: **X**.

SEGMENTO ORIENTADO

Al segmento de recta orientado del punto **A** al punto **B** se lo anota **[AB]**.



LONGITUD DE UN SEGMENTO ORIENTADO

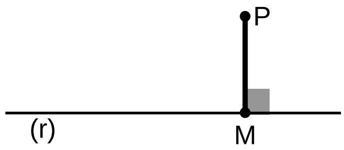
La longitud de un segmento orientado será positiva o negativa según la orientación tomada. Se anota l**(A, B)** (véase página 407).

RECTA

Se anota con una letra minúscula entre paréntesis **(r)**, o nombrando dos de sus puntos entre paréntesis curvos **(AB)**.

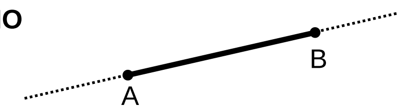
DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

Se llama distancia del punto **P** a la recta **(r)** al valor absoluto de la longitud del segmento **[PM]** determinado por el punto **P** y el pie **M** de la perpendicular trazada por **P** a la recta **(r)**. Se anota como **d(P,r)**.



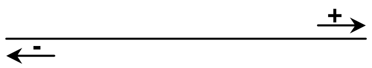
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS EN EL PLANO

Se la anota **d(A,B)** y es el valor absoluto de la longitud del segmento **[AB]** (véase página 407).



2 – CONCEPTOS GENERALES

2.1. RECTA ORIENTADA

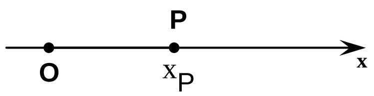


Toda recta en que se ha elegido arbitrariamente uno de los sentidos como positivo, y como consecuencia el sentido contrario es negativo, recibe el nombre de *recta orientada*.

Sean **A** y **B** dos puntos de una recta orientada en el sentido positivo indicado con la flecha en la figura. Con la notación **[AB]** se representa al segmento de recta de origen **A** y extremo **B**, cuya orientación es de **A** a **B**.

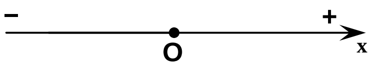
El segmento **[u]** (no nulo) orientado en el mismo sentido que la recta se toma como unidad de medida.

2.2. ABSCISA DE UN PUNTO



Sobre una recta orientada, llamada eje $\overrightarrow{ox}$ en que se fija un punto **O** (origen), se llama *abscisa* del punto **P** a la longitud del segmento de **O** a **P**.

Se anota: x_P



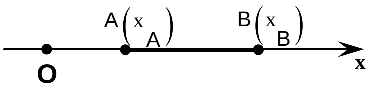
El origen **O**, cuya abscisa es cero, divide a la recta orientada (eje $\overrightarrow{ox}$) en dos semirrectas. La semirrecta positiva (a la derecha), que contiene a todos los puntos de abscisa positiva, y la semirrecta negativa (a la izquierda), que contiene a todos los puntos de abscisa negativa.

Es posible demostrar que existe una correspondencia biunívoca entre los puntos de la recta y el conjunto de los números reales.

NOTA

La medida de un segmento (longitud dirigida) será positiva si el sentido en que están nombrados los extremos del segmento coincide con la orientación del eje.

2.3. LONGITUD DE UN SEGMENTO, SOBRE EL EJE $\overrightarrow{ox}$



l**(A,B)** es la longitud del segmento orientado **[AB]**

Sobre una recta orientada (eje $\overrightarrow{ox}$) se consideran dos puntos **A** y **B**, de abscisas $\mathbf{x_A}$ y $\mathbf{x_B}$ respectivamente. Se cumple que:

$$l(A,B) = l(O,B) - l(O,A)$$

$$\boxed{l(A,B) = x_B - x_A}$$

O sea que la longitud de un segmento cuyos extremos son dos puntos cualesquiera del eje $\overrightarrow{ox}$, es igual a la diferencia entre la abscisa del extremo y la abscisa del origen del segmento.

De esta manera, resulta que: $l(A,B) = x_B - x_A$ $\qquad l(B,A) = x_A - x_B$

$$l(A,B) = -\,l(B,A)$$

NOTA

De lo anterior se deduce que: las longitudes de los segmentos orientados son positivas o negativas, según la orientación que se considere y respecto al eje orientado.

La distancia entre dos puntos se define como el valor absoluto de la longitud del segmento rectilíneo que une esos dos puntos.

$$d(A,B) = |x_B - x_A| = |x_A - x_B| > 0 \quad \forall\ A \neq B$$

$$d(A,B) = 0 \quad \forall\ A = B$$