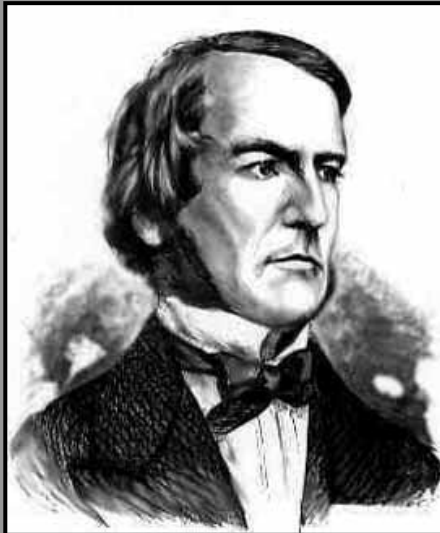


En el año 1815 nació George Boole en Lincoln, Inglaterra. Hijo de un zapatero remendón, se convirtió en uno de los genios que hizo posible la invención de la computadora. En 1835 empezó a estudiar matemática por su cuenta, consultó los trabajos de Laplace y Lagrange, y las notas que tomó se convirtieron más tarde en la base de su primera publicación.



George Boole (Inglaterra, 1815-1864)

Boole sabía que los procesos de razonamiento que las personas efectúan normalmente, pueden ser descritos desde el punto de vista de la lógica formal (aquella disciplina de la cual fueron precursores los griegos). Creía que si intentaba firmemente podría llegar a expresar el razonamiento humano en términos matemáticos.

En 1854 publicó *An Investigation into the Laws of Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Boole entendía la lógica de un modo nuevo, reduciéndola a una simple notación de álgebra e incorporándola a la matemática; señalando la analogía entre los símbolos algebraicos y aquellos que representan las formas lógicas.

Casi inmediatamente se convirtió en un personaje famoso, que logró una gran reputación como maestro excelente y especializado. Llegó a ser el más importante profesor de matemática de la Universidad de Cork, donde enseñó por el resto de su vida.

El álgebra de Boole, que en su tiempo representó poco más que una curiosidad, ha cobrado verdadera importancia convirtiéndose en un paso fundamental en la revolución de la computadora.

George Boole recibió muchos honores en vida, otorgados por la Universidad de Dublin y de Oxford. Fue electo miembro de la Royal Society en 1857.

Un día lluvioso de 1864 caminó desde su residencia a la Universidad, una distancia de tres kilómetros, y disertó con la ropa mojada. El resultado fue una intensa fiebre que le causó la muerte. Su esposa, pensando que la cura debía parecerse a la causa de la enfermedad, lo acostó en la cama y le tiró baldes de agua fría, pues su enfermedad había sido causada por mojarse.

Su carrera, que empezó tardíamente, terminó cuando lo alcanzó la muerte a la edad de 49 años.

3

CONJUNTOS

ÁLGEBRA DE BOOLE

1 – CONCEPTOS GENERALES

Se entiende por *conjunto* una agrupación o colección de objetos reunidos en virtud de una propiedad común.

NOTACIÓN

Es habitual anotar el nombre de los conjuntos con letras mayúsculas y escribir sus elementos entre llaves, separados entre sí por comas.

Ejemplo: $M = \{1, 2, 3, 4\}$

1.1. DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

Se dice que un conjunto está bien determinado cuando, dado un elemento cualquiera, es posible decidir si pertenece o no al conjunto.

Un conjunto se determina *por extensión* cuando se enumeran cada uno de sus elementos.

$$A = \{a, b, c, d\}$$

A es el conjunto formado por: **a**, **b**, **c** y **d** (definido por extensión).

Entonces $d \in A$ (**d** pertenece al conjunto **A**), pero $h \notin A$ (**h** no pertenece a **A**).

\in significa: *pertenece* \notin significa: *no pertenece*

Un conjunto se determina *por comprensión* cuando se indica la propiedad común que tienen sus elementos:

$$B = \{x / x \in \mathbb{N} / 0 < x^3 < 125\}$$

Por extensión $B = \{1, 2, 3, 4\}$

B es el conjunto de los números naturales tales que, elevados al cubo, resultan entre cero y 125, (definido por comprensión). $4 \in B$ pero $7 \notin B$.

$\mathbb{N} \rightarrow$ números naturales

$/$ significa: *tal que* $<$ significa: *menor que*

NOTA

En todos los casos en que el dato del problema sea un conjunto determinado por comprensión, es necesario escribirlo por extensión para identificar sus elementos.

EJEMPLO: Determinar por extensión: $A = \{x / x \in \mathbb{Z}, x = \dot{2}, 2 \leq x < 10\}$

Son los números enteros (\mathbb{Z}) múltiplos de 2, que se encuentran entre 2 (incluido este) y 10 (sin incluirlo).

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$\dot{2}$ significa: *múltiplo de 2*

NOTA

Los elementos de un conjunto numérico se representan generalmente por una variable x . En consecuencia, un conjunto numérico está formado por todos los números x que cumplen con una determinada propiedad que caracteriza los elementos del conjunto, y que se denominará $p(x)$.

$$A = \{x / p(x)\}$$

A es el conjunto de elementos x , tal que x cumple la propiedad p .

Conjunto unitario: es un conjunto formado por un solo elemento. Por ejemplo: $A = \{a\}$

Conjunto vacío: es un conjunto sin elementos. Se anota: ϕ

Puede suceder que ningún elemento satisfaga la condición de pertenencia, por ejemplo: a) El conjunto de los triángulos de cuatro lados es $\{\}$

b) $C = \{x / x \in \mathbb{N}, x + 2 = 0\} = \{\}$ (-2 no es un número natural)

Todos los conjuntos vacíos son iguales, lo que significa que existe un solo conjunto vacío.

NOTA

Para evitar confusiones, se debe diferenciar el elemento a del conjunto $\{a\}$ cuyo único elemento es a .

En particular, el conjunto vacío ϕ no es el mismo que $\{\phi\}$

El conjunto vacío se anota por extensión como: $\{\}$

EJEMPLO: Determinar por extensión $A = \{x / x \in \mathbb{N}, 3 < (2x - 1) \leq 10\}$

En este caso, los elementos del conjunto son los números naturales que hacen que la expresión $(2x - 1)$ tenga un valor entre 3 y 10.

| | | |
|------------|---------------|---|
| Para $x=1$ | $2(1)-1 = 1$ | el resultado no es mayor que 3. |
| Para $x=2$ | $2(2)-1 = 3$ | el resultado no es mayor que 3. |
| Para $x=3$ | $2(3)-1 = 5$ | el resultado está entre 3 y 10, 3 pertenece al conjunto. |
| Para $x=4$ | $2(4)-1 = 7$ | el resultado está entre 3 y 10, 4 pertenece al conjunto. |
| Para $x=5$ | $2(5)-1 = 9$ | el resultado está entre 3 y 10, 5 pertenece al conjunto. |
| Para $x=6$ | $2(6)-1 = 11$ | el resultado es mayor que 10. |

$$A = \{3, 4, 5\}$$

¿Será cierto?

Dado el conjunto

$A = \{0, a, \text{José María}, 3 \text{ de enero}\}$

Responder «verdadero» o «falso» y justificar la respuesta.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $0 \in A$ | 2) $3 \notin A$ |
| 3) $\text{María} \in A$ | 4) $3 \text{ de enero} \in A$ |
| 5) $\phi \in A$ | 6) $\{\} \in A$ |
| 7) $\text{José María} \in A$ | 8) $\{0\} \notin A$ |

Véanse los resultados en la página 470.

Antes de continuar, es conveniente hacer los ejercicios 16 y 17, de la página 53.