

## EJERCICIOS PROPUESTOS



- 1) Hallar las ecuaciones de las siguientes parábolas sabiendo que:
- i) Tiene vértice en el origen de coordenadas y las coordenadas del foco son  $(4, 0)$ .
  - ii) Tiene vértice en el origen de coordenadas y la ecuación de la directriz es  $x = 1$ .
  - iii) Tiene vértice en el origen de coordenadas, es simétrica al eje  $\overline{ox}$  y el punto de coordenadas  $(-3, 2)$  pertenece a la parábola.
- 2) Hallar las ecuaciones de las siguientes parábolas sabiendo que:
- i) El eje de simetría es paralelo al eje  $\overline{oy}$ , el vértice tiene las coordenadas  $(2, -1)$  y el punto de coordenadas  $(4, 0)$  pertenece a la parábola.
  - ii) El eje de simetría es paralelo al eje  $\overline{ox}$ , el vértice tiene las coordenadas  $(2, 3)$  y el punto de coordenadas  $(1, 1)$  pertenece a la parábola.
  - iii) La directriz es la recta  $x + 5 = 0$  y su vértice es el punto de coordenadas  $(0, 3)$ .
  - iv) El eje de simetría es paralelo al eje  $\overline{ox}$  y pasa por los puntos de coordenadas  $(0, 0)$ ,  $(8, -4)$  y  $(3, 1)$ .
  - v) La directriz es  $y - 5 = 0$  y el vértice tiene por coordenadas  $(3, 2)$ .
  - vi) Tiene vértice en el punto de coordenadas  $(2, 3)$ , el eje de simetría es paralelo al eje  $\overline{oy}$  y el punto de coordenadas  $(4, 5)$  pertenece a la parábola.
  - vii) El eje de simetría es paralelo al eje  $\overline{oy}$ ; tangente a  $\overline{ox}$  en el punto de coordenadas  $(2, 0)$ ; tangente a la recta  $(t) 2x - y - 2 = 0$ .
- 3) Hallar los elementos característicos de las siguientes parábolas:
- i)  $y^2 - 10x - 2y + 21 = 0$
  - ii)  $y^2 + 8x - 16 = 0$
  - iii)  $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$
  - iv)  $x^2 - 6x + 4y - 11 = 0$
  - v)  $y = x^2 - 8x + 15$
  - vi)  $y = x^2 + 6x$
- 4) Hallar las coordenadas de los puntos de corte de: (P)  $y = x^2 - 2x$ ; (r)  $y = -2x + 4$
- 5) Hallar la ecuación de la recta que contiene a la cuerda común a la parábola de ecuación:  $y^2 = 18x$  y a la circunferencia de ecuación:  $(x + 6)^2 + y^2 = 100$ .

6) Hallar la ecuación de la tangente a las siguientes parábolas en los puntos indicados.

a)  $y = x^2 - 4$  en  $(2, 0)$

b)  $y = -x^2 + 3x - 2$  en  $(-1, -6)$

c)  $x = -y^2 + 4y$  en  $(4, 2)$

d)  $x = -2y^2 - 3y + 5$  en  $(3, -2)$

e)  $x = y^2$  en  $(4, -2)$

f)  $y = x^2 + 1$  en  $(-2, 5)$

g)  $y = 3x^2$  en  $(1, 3)$

h)  $y = x^2 - 2x - 3$  en  $(1, -4)$

i)  $x = y^2 - 4y$  en  $(0, 4)$

7) Hallar la ecuación de la tangente a  $(P) y^2 - 3x - 8y + 10 = 0$  trazada por el punto  $A$ ,  $A \in (P)$  y  $\text{ord}(A) = 3$ .

8) i) Hallar las ecuaciones de parábola  $(P)$  de eje de simetría paralelo al eje  $\overline{Ox}$ , pasa por los puntos de coordenadas  $A(1, 3)$ ,  $B(0, 5)$  y  $m_t = -5$  siendo  $m_t$  el coeficiente angular de la tangente a  $(P)$  trazada por el punto  $J$  de abscisa  $-1$ .

ii) Sea  $(s) \perp (t)$ ,  $C \in (s)$  siendo  $\{C\} = (t) \cap (d)$ ,  $(d)$  es la directriz. Verificar que  $(s)$  es tangente a  $(P)$ .

9) Hallar las ecuaciones de las tangentes trazadas desde el punto de coordenadas  $A(2, 9)$  a la parábola de ecuación:  $y^2 = 36x$ .

10) Hallar las ecuaciones de las tangentes trazadas desde el punto de coordenadas  $P(-4, 1)$  a la parábola de ecuación:  $y^2 = 2x$ .

11) Hallar las ecuaciones de las tangentes trazadas desde el punto de coordenadas  $P(-1, -1)$  a la parábola de ecuación:  $y^2 - x + 4y + 6 = 0$ .

12) i) Hallar la ecuación de la parábola con foco en el punto de coordenadas  $(4, 1)$  y cuya directriz es la recta de ecuación:  $x - y + 3 = 0$ .  
ii) Hallar las coordenadas del vértice.

13) i) Hallar la ecuación de la parábola con foco en el punto de coordenadas  $(1, 3)$  y cuya directriz es la recta de ecuación:  $x - y - 2 = 0$ .  
ii) Hallar las coordenadas del vértice.

14) Representar las siguientes regiones:

a)  $x - y^2 > 0$

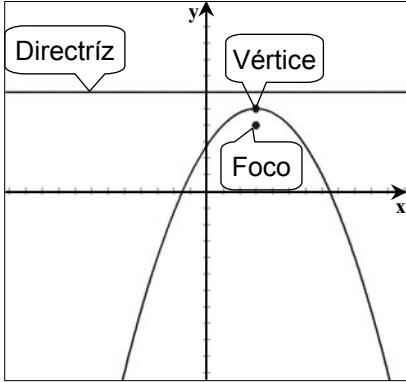
b)  $\begin{cases} y - x^2 + 1 > 0 \\ y - x < 0 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y - x^2 + 4 < 0 \\ y^2 + x < 0 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x \leq 0 \\ y - x^2 + 1 > 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases}$

## FÓRMULAS PARA LOS ELEMENTOS DE UNA PARÁBOLA

Ecuación de la parábola:  $y = ax^2 + bx + c$

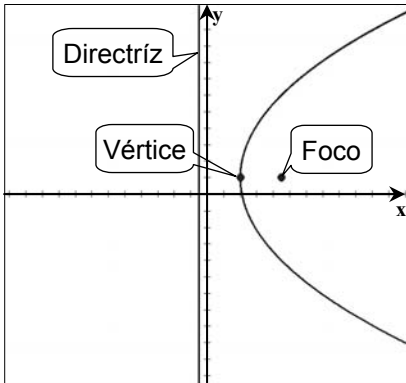


Coordenadas del vértice.  
 $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

Coordenadas del foco.  
 $F\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2+1}{4a}\right)$

Ecuación de la directriz.  
 $y = \frac{4ac-b^2-1}{4a}$

Ecuación de la parábola:  $x = ay^2 + by + c$



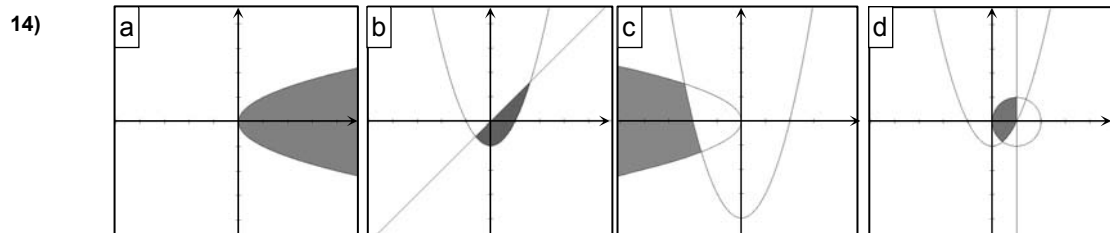
Coordenadas del vértice.  
 $V\left(\frac{4ac-b^2}{4a}, \frac{-b}{2a}\right)$

Coordenadas del foco.  
 $F\left(\frac{4ac-b^2+1}{4a}, \frac{-b}{2a}\right)$

Ecuación de la directriz.  
 $x = \frac{4ac-b^2-1}{4a}$

**RESULTADOS: EJERCICIOS DE PARÁBOLA**

- 1) i)  $16x - y^2 = 0$       ii)  $4x + y^2 = 0$       iii)  $4x + 3y^2 = 0$
- 2) i)  $-x^2 + 4x + 4y = 0$       ii)  $4x + y^2 - 6y + 1 = 0$       iii)  $20x - y^2 + 6y - 9 = 0$   
 iv)  $x - y^2 - 2y = 0$       v)  $-6x + x^2 + 12y - 15 = 0$       vi)  $4x - x^2 + 2y - 10 = 0$   
 vii)  $-4x + x^2 + 2y + 4 = 0$
- 3) i) Vértice (2, 1)      Eje:  $y = 1$       Foco:  $(\frac{9}{2}, 1)$       Directriz:  $2x + 1 = 0$   
 ii) Vértice (2, 0)      Eje:  $y = 0$       Foco: (0, 0)      Directriz:  $x - 4 = 0$   
 iii) Vértice (0, -7)      Eje:  $y = -7$       Foco:  $(\frac{3}{2}, -7)$       Directriz:  $2x + 3 = 0$   
 iv) Vértice (3, 5)      Eje:  $x = 3$       Foco: (3, 4)      Directriz:  $y - 6 = 0$   
 v) Vértice (4, -1)      Eje:  $x = 4$       Foco:  $(4, -\frac{3}{4})$       Directriz:  $4y + 5 = 0$   
 vi) Vértice (-3, -9)      Eje:  $x = -3$       Foco:  $(-3, -\frac{35}{4})$       Directriz:  $4y + 37 = 0$
- 4)  $(P) \cap (r) = \{(-2, 8), (2, 0)\}$       5)  $x - 2 = 0$
- 6) a)  $-4x + y + 8 = 0$       b)  $-5x + y + 1 = 0$       c)  $x - 4 = 0$   
 d)  $x - 5y - 13 = 0$       e)  $x + 4y + 4 = 0$       f)  $4x + y + 3 = 0$   
 g)  $6x - y - 3 = 0$       h)  $y + 4 = 0$       i)  $x - 4y + 16 = 0$
- 7)  $-3x - 2y + 1 = 0$
- 8)  $(P) - 3x + x^2 - y + 5 = 0$        $(t) - 5x - y + 4 = 0$        $C(\frac{3}{10}, \frac{5}{2})$        $(s) - 5x + 25y - 61 = 0$
- 9) Ecuación de la polar:  $-2x + y - 4 = 0$       polar  $\cap$  parábola =  $\{(4, 12), (1, 6)\}$   
 Ecuación de las tangentes trazadas desde (2, 9) a la parábola:  $3x - 2y + 12 = 0$        $3x - y + 3 = 0$
- 10) Ecuación de la polar:  $x - y - 4 = 0$       polar  $\cap$  parábola =  $\{(8, 4), (2, -2)\}$   
 Ecuación de las tangentes trazadas desde (-4, 1) a la parábola:  $-x + 4y - 8 = 0$        $x + 2y + 2 = 0$
- 11) Ecuación de la polar:  $-x + 2y + 9 = 0$       polar  $\cap$  parábola =  $\{(11, 1), (3, -3)\}$   
 Ecuación de las tangentes trazadas desde (-1, -1) a la parábola:  $-x + 6y + 5 = 0$        $x + 2y + 3 = 0$
- 12) i)  $x^2 + y^2 + 2xy - 22x + 2y + 25 = 0$       ii) vértice  $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$
- 13) i)  $x^2 + y^2 + 2xy - 16y + 16 = 0$       ii) vértice (2, 2)



15)  $16y + 3x^2 - 192 = 0$

16) 0,11 metros