# EJERCICIOS PROPUESTOS

**Recta**

**1)** Dadas las coordenadas del punto **A(–1, 4)**.

Hallar la ecuación de la recta **(r)** paralela al eje $\overrightarrow{oy}$ por dicho punto.

Hallar la ecuación de la recta **(p)** paralela al eje $\overrightarrow{ox}$ por dicho punto.

**2)** Dadas las coordenadas de los puntos: **A(2, – 3)** y **B(– 1, – 3)**.

Hallar la ecuación de la recta **(AB)**.

**3)** Dadas las coordenadas de los puntos: **D(– 2, – 5)** y **E(– 2, 3)**.

Hallar la ecuación de la recta **(DE)**.

**4)** *i)* Hallar $\lambda$ para que el punto de coordenadas **B(1, 5)** pertenezca a la recta de ecuación $\mathbf{2x - \lambda y + 3 = 0}$.

*ii)* ¿Qué valor debe darse a la letra **c** de la ecuación $\mathbf{4x - 2y - c = 0}$ para que la recta correspondiente pase por el punto de coordenadas **(– 1, 3)**?

*iii)* Determinar **b** para que la recta de ecuación $\mathbf{bx - 2y + 6 = 0}$ pase por el punto de coordenadas **(– 1, 7)**.

**5)** Las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados de un triángulo son: **(r)** $\mathbf{4x + 3y - 5 = 0}$ **(p)** $\mathbf{x - 3y + 10 = 0}$ **(s)** $\mathbf{x - 4 = 0}$.
Hallar las coordenadas de los vértices.

**6)** Dado el triángulo determinado por las rectas de ecuación:
**(r)** $\mathbf{3x + 4y - 1 = 0}$ **(p)** $\mathbf{x - 7y - 17 = 0}$ **(s)** $\mathbf{7x + y + 31 = 0}$
Demostrar que el triángulo es isósceles.

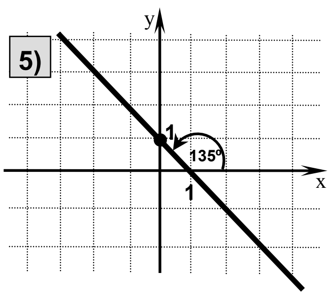
**7)** Hallar las ecuaciones de las rectas determinadas de los siguientes modos:

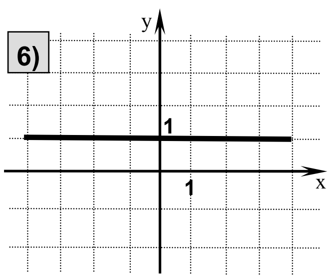
1) Pasa por el punto de coordenadas **A(2, – 3)** y tiene pendiente **2**.

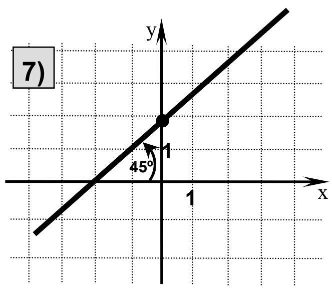
2) Interseca al eje $\overrightarrow{oy}$ en el punto de coordenadas **B(0, 4)** y tiene pendiente **– 2**.

3) Interseca al eje $\overrightarrow{ox}$ en el punto de coordenadas **C(– 2, 0)** y tiene pendiente **– 3**.

4) Pasa por el punto de coordenadas **A(– 6, – 3)** y tiene un ángulo de inclinación de **45º**.



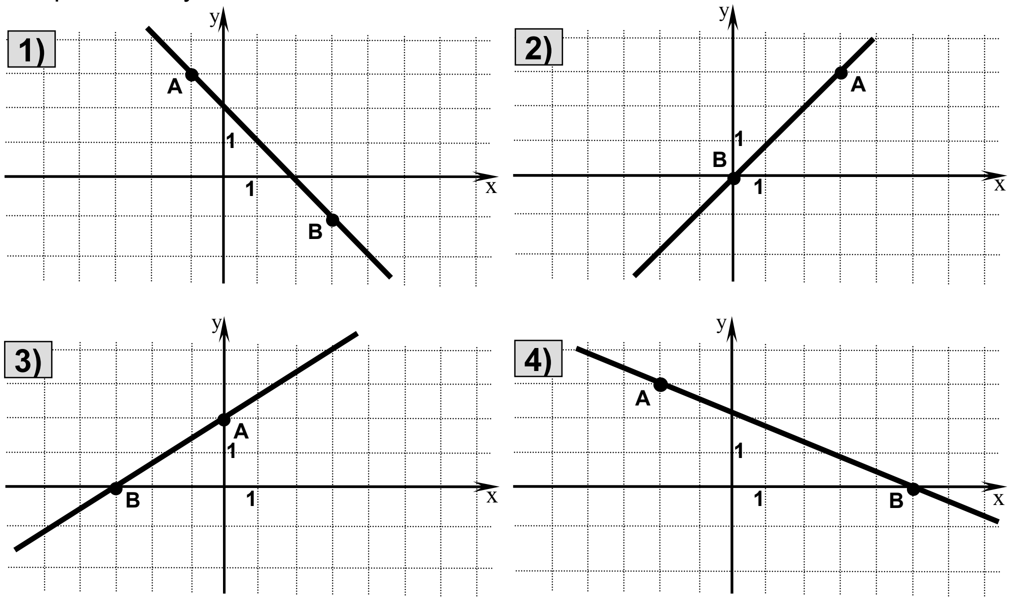
**8)** Hallar las ecuaciones de las rectas determinadas de los siguientes modos:

*i)* Pasa por los puntos de coordenadas $(-2,\,5)$ y $(1,\,3)$

*ii)* Pasa por los puntos de coordenadas $(1,\,-6)$ y $(0,\,-1)$

*iii)* Pasa por los puntos de coordenadas $(-1,\,4)$ y $\left(\frac{2}{3},\,\frac{1}{3}\right)$

**9)** Hallar la ecuación de las rectas graficadas, tomando en cuenta las coordenadas de los puntos **A** y **B**.




**10)** Verificar que los puntos de coordenadas $A(-1,-3)$ $B(1,\,1)$ $C(2,\,3)$ están situados en una recta.

**11)** Los puntos $A(-1,2)$ y $B(2,3)$ determinan una recta. Hallar las coordenadas de los puntos de intersección de la recta con los ejes coordenados.

**12)** Hallar la ecuación de la recta **(p)** que pasa por la intersección de **(r)** $x+5y+2=0$ y **(s)** $3x+4y-5=0$ y por el punto de coordenadas $A(-2,3)$.

**13)** Hallar la ecuación de las siguientes rectas:

1) Que pasa por el punto de coordenadas $(3,2)$ y es paralela a la recta de ecuación $2x-y-7=0$

2) Que pasa por el punto de coordenadas $(4,\,-1)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $3x+2y=1$

3) Que pasa por el punto de coordenadas $(3,\,5)$ y es perpendicular a la recta determinada por los puntos de coordenadas $(-1,\,1)$ y $(4,\,3)$

4) Que pasa por el punto de coordenadas $A(-2,\,1)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos de coordenadas $B(0,\,1)$ $C(1,\,5)$.

5) Que pasa por el punto de coordenadas $M(6,\,3)$ y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos de coordenadas $N(1,\,2)$ y $P(0,\,5)$.

**14)** Encontrar la ecuación de la recta perpendicular al segmento determinado por los puntos de coordenadas $\mathbf{A(-2,3)}$ y $\mathbf{B(4,-2)}$ en su punto medio.

**15)** Dadas las coordenadas de los puntos **A(4, 6)** y **C(0, 10)**

*i)* Hallar las coordenadas de **B** punto de intersección de la recta paralela a la de ecuación $5x-3y+1=0$ por **A**, con la mediatriz de **[AC]**.

*ii)* Sea **D** el simétrico de **B** respecto a **(AC)**. Clasificar el cuadrilátero **ABCD** y calcular su área.

**16)** Sean **A(1, 3)** y **(r)** la recta de ecuación $y=-x+4$

*i)* Hallar **B** punto de intersección de **(r)** con el eje $\overrightarrow{ox}$

*ii)* Hallar **C** punto de intersección de la recta de ecuación $x=2$ con la paralela a la recta de ecuación $2x-2y+1=0$ por **B**.

*iii)* Clasificar el triángulo **ABC**.

**17)** Los puntos medios de las diagonales de un cuadrilátero y el punto medio del segmento que une las intersecciones de las rectas que contienen a los lados opuestos se encuentran sobre una misma recta.
Verificarlo para el cuadrilátero **ABCD**, siendo: **A(0, 7), B(5, 1), C(3, 0), D(0, 0)**.

**18)** Se consideran los puntos $\mathbf{A(4,0)}$, $\mathbf{B(-4,2)}$, y por el origen de coordenadas la recta **(p)** perpendicular a **(r)**, siendo $\mathbf{(r)=(AB)}$. Hallar las coordenadas de **R** simétrico del origen respecto a la recta **(r)**. Se traza por **R** la paralela al eje $\overrightarrow{oy}$, que corta a **(r)** en **S**. Sea $\mathbf{M=(r)\cap(p)}$. Probar que: $\mathbf{d(M,S).d(A,B)=2.d(R,S)}$

**19)** Dado el triángulo cuyos vértices son $\mathbf{A(-1,6)}$ $\mathbf{B(7,3)}$ y $\mathbf{C(4,2)}$ Hallar:
Las coordenadas del punto de intersección de la recta que contiene a la altura relativa al lado **(BC)** con la recta que contiene a la mediana relativa al lado **(AC)**.

**20)** Las coordenadas de los vértices de un triángulo son: $\mathbf{A(4,5)}$, $\mathbf{B(-4,1)}$, $\mathbf{C(8,-5)}$.
Hallar:

*i)* Las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados.

*ii)* Las ecuaciones de las rectas que contienen a las alturas.

*iii)* Las ecuaciones de las rectas que contienen a las medianas.

*iv)* Verificar que las rectas que contienen a las alturas del triángulo se cortan en un punto y hallar sus coordenadas.

*v)* Verificar que las rectas que contienen a las medianas del triángulo se cortan en un punto y hallar sus coordenadas.

**21)** Se da la recta **(AB)** por los puntos $\mathbf{A(1,0)}$ y $\mathbf{B(0,2)}$. La perpendicular a **(AB)** por el origen corta a **(AB)** en **C**, por **C** se trazan **(r)** y **(p)** tal que $\mathbf{(r)} \parallel \overrightarrow{ox}$ y $\mathbf{(p)} \parallel \overrightarrow{oy}$. La perpendicular a **(p)** por **B** corta a ésta en **E**, y la perpendicular a **(r)** por **A**, corta a ésta en **D**. Probar que el coeficiente angular de **(ED)** es el cubo del de **(AB)**.

**22)** El punto $\mathbf{A(0,5)}$ es uno de los vértices de un triángulo **ABC**.
Hallar las coordenadas de **B** y **C** sabiendo que el ángulo en **B** es recto, **(AB)** es paralela a la recta $x+2y+7=0$, **(BC)** pasa por el origen y **C** tiene ordenada $\mathbf{-2}$.

**23)** De un rectángulo se conoce la ecuación que contiene a un lado $3x + y - 6 = 0$ y los vértices **A(1, 3)** y **B(– 2, 7)**. Calcular las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados que pasan por **B.**

**24)** Dar las coordenadas del punto simétrico de **P(3, 4)** con relación a la recta que pasa por los puntos de coordenadas **A(– 1, 3)** y **B(4, – 2)**.

**25)** Hallar las coordenadas del punto simétrico de **P(2, 3)** con respecto a la recta de ecuación $y = x - 3$.

**26)**

**27)** En el triángulo **ABC** se dan:

a) La ecuación de la recta que contiene al lado **(AB)** $5x - 3y + 2 = 0$
b) La ecuación de la recta que contiene a la altura correspondiente al vértice **A**: $4x - 3y + 1 = 0$
c) La ecuación de la recta que contiene a la altura correspondiente al vértice **B**: $7x + 2y - 22 = 0$.

Se pide hallar las ecuaciones de las rectas que contienen a los otros dos lados y la ecuación de la recta que contiene a la tercera altura.

**28)**

*i)* Demostrar que los puntos **A(1, 1), B(5, 3), C(6, – 4)** son vértices de un triángulo isóceles y hallar la medida de uno de los ángulos iguales.

*ii)* Demostrar que los tres puntos **A(2, 5) B(8, – 1) C(– 2, 1)** son los vértices de un triángulo rectángulo y hallar la medida de sus ángulos agudos.

*iii)* Dos recta se cortan formando un ángulo de **135º**. Sabiendo que la recta final tiene pendiente **– 3**. Calcular la pendiente de la recta inicial.

*iv)* Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto **A(4, – 3)** y forma **45º** con la recta de ecuación $3x + 4y = 0$

*v)* Dado los puntos **A(2, – 3) B(–1, 0)** Hallar la ecuación de la recta **(r)** que pasa por **C(3, 2)** y forma **45º** con **(AB)**.

**29)** Encontrar el valor de los ángulos de un triángulo cuyos vértices tienen por coordenadas **A(0, 0) B(4, 10) C(– 8, 8)**.

**30)** **A(2, – 5)** es el vértice de un cuadrado, uno de cuyos lados está incluído en la recta $x - 2y - 7 = 0$. Calcular su área.

**31)** Hallar la distancia entre las rectas paralelas de ecuación: $3x + 4y - 8 = 0$ $3x + 4y + 1 = 0$.

**32)**

*i)* Hallar la distancia entre las rectas paralelas de ecuación: $5x - 12y - 65 = 0$ $5x - 12y + 26 = 0$

*ii)* Calcular el área del cuadrado en que dichas rectas contienen lados opuestos.

**33)** Se considera la familia de rectas dadas por la siguiente ecuación:

$$\textbf{(r)}\quad (\lambda+2)x+2y=\lambda+3 \qquad \lambda\in\mathbb{R}$$

*i)* Probar que **(r)** pasa por un punto fijo.

*ii)* Hallar $\lambda$ para que **(r)** se la ecuación de una recta que pasa por el origen de coordenadas.

**34)** Estudiar las siguientes familias de rectas con $\lambda\in\mathbb{R}$.

*i)* $(2\lambda+3)x+(2-\lambda)y+\lambda+5=0$

*ii)* $(2\lambda+1)x+(8\lambda+4)y+\lambda-3=0$

*iii)* $(2\lambda^2-1)x+(3\lambda+2)y-2\lambda^2-6\lambda-3=0$

*iv)* $(3\lambda^2-2\lambda)x-(6\lambda^2-4\lambda)y+3-\lambda=0$

*v)* $(\lambda^2-2\lambda+2)x+(2\lambda-\lambda^2)y+1=0$

*vi)* $(\lambda^2+2\lambda)x-(4\lambda^2+8\lambda)y+2-\lambda=0$

**35)** Dados los haces de recta por las ecuaciones:

$$(5x+3y-2)+\lambda(3x-y-4)=0 \qquad (x-y+1)+\delta(2x-y-2)=0 \qquad \lambda\in\mathbb{R} \qquad \delta\in\mathbb{R}$$

Hallar la ecuación de la recta común.

**36)** Dado el haz de rectas por la ecuación: $(x+2y-5)+\lambda(3x-2y+1)=0 \quad \lambda\in\mathbb{R}$

Hallar la ecuación de la recta del mismo que:

*i)* Pase por el punto de coordenadas **(3, – 1).**

*ii)* Pase por el origen de coordenadas.

*iii)* Sea paralela al eje $\overrightarrow{ox}$.

*iv)* Sea paralela al eje $\overrightarrow{oy}$.

*v)* Sea paralela a la recta de ecuación: $4x+3y-5=0$

*vi)* Sea perpendicular a la recta de ecuación: $3x+1y+7=0$

**37)** Dado el haz de rectas de ecuación: $(3x+y-1)+\lambda(2x-y-7)=0 \quad \lambda\in\mathbb{R}$.

a) Demostrar que la recta de ecuación $-x+3y+13=0$ pertenece al haz.

b) Hallar la ecuación de una recta del haz que sea perpendicular a: $2x+y-1=0$.

**38)** Se considera la familia de rectas de ecuación:

$$(\lambda^2-1)x-2\lambda y+5(1+\lambda^2)=0 \qquad \lambda\in\mathbb{R} \qquad \mathbf{m}\in\mathbb{R}$$

*i)* Investigar si la familia de rectas forman haz.

*ii)* Hallar la ecuación de la envolvente.

**39)** Representar las siguientes regiones:

a) $x-y+2>0$ b) $2x-y-2<0$ c) $y+3>0$

d) $(x+y-1)(2x-y+3)>0$ e) $x+y<1$ f) $(x+y-16)(2x-y)<0$

g) $\begin{cases} x+y-1\le 0 \\ -2x+4y>0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} -2x+y-4\le 0 \\ -x-y\ge 0 \\ x-4<0 \end{cases}$

**1)** (r) $x = -1$ (p) $y = 4$ **2)** (AB) $y = -3$ **3)** (DE) $x = -2$

**4)** 1) $\lambda = 1$ 2) $c = -10$ 3) $b = -8$

**5)** $(r)\cap(p) = (-1, 3)$ $(p)\cap(s) = \left(4, \frac{14}{3}\right)$ $(r)\cap(s) = \left(4, -\frac{11}{3}\right)$

**6)** $(r)\cap(p) = (3, -2))$ $(p)\cap(s) = (-4, -3)$ $(r)\cap(s) = (-5, 4)$

Longitud de los lados: $\sqrt{50}$ , $\sqrt{50}$ , 10

**7)** 1) $2x - y - 7 = 0$ 2) $2x + y - 4 = 0$ 3) $3x + y + 6 = 0$
4) $x - y + 3 = 0$ 5) $x + y - 1 = 0$ 6) $y - 1 = 0$
7) $x - y + 2 = 0$

**8)** *i)* $2x + 3y - 11 = 0$ *ii)* $5x + y + 1 = 0$ *iii)* $11x + 5y - 9 = 0$

**9)** 1) $x + y - 2 = 0$ 2) $-x + y = 0$ 3) $-2x + 3y - 6 = 0$
4) $3x + 7y - 15 = 0$

**10)** (BC) $2x - y - 1 = 0$ A verifica (BC) **11)** (AB) $x - 3y + 7 = 0$ $(AB)\cap\overrightarrow{ox} = (-7, 0)$ $(AB)\cap\overrightarrow{oy} = \left(0, \frac{7}{3}\right)$

**12)** $(r) \cap (s') = (3, -1)$ (p) $4x + 5y - 7 = 0$

**13)** 1) $2x - y - 4 = 0$ 2) $2x - 3y - 11 = 0$ 3) $5x + 2y - 25 = 0$
4) $4x - y + 9 = 0$ 5) $x - 3y + 3 = 0$

**14)** (AB) $5x + 6y - 8=0$ Coordenadas del punto medio $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ Ecuación de la perpendicular: $12x - 10y - 7 = 0$

**15)** a) La ecuación de la recta paralela a: $5x - 3y + 1 = 0$ por A es: $-5x + 3y + 2 = 0$
La ecuación de la mediatriz de (AC) es: $-x + y - 6 = 0$ B(10,16)
b) $D(-6, 0)$ ABCD es un rombo de área = 64 uda

**16)** a) $B(4, 0)$ $C(2, -2)$ b) Escaleno

**17)** La ecuación de la recta a la cual pertenecen los tres puntos es: $3x + y - 8 = 0$

**18)** $R\left(\frac{8}{17}, \frac{32}{17}\right)$ $S\left(\frac{8}{17}, \frac{15}{17}\right)$

**19)** Ecuación de la recta que contiene a la altura por A: $3x + y - 3 = 0$ Coordenadas del punto medio entre A y C: $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$. Ecuación de la recta que contiene a la mediana por B: $2x + 11y - 47 = 0$

Intersección: $\left(-\frac{14}{31}, \frac{135}{31}\right)$

**20)** *i)* Ecuación de las rectas que contienen a los lados:
(AB) $x - 2y + 6 = 0$ (AC) $5x + 2y - 30 = 0$ (BC) $x + 2y + 2 = 0$

*ii)* Ecuación de las rectas que contienen a las alturas:
por C, $2x + y - 11 = 0$ por B, $2x - 5y + 13 = 0$ por A, $2x - y - 3 = 0$

*iii)* Ecuación de las rectas que contienen a las medianas:
por A, $7x - 2y - 18 = 0$ por B, $x + 10y - 6 = 0$ por C, $x + y - 3 = 0$

*iv)* $\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ *v)* $\left(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}\right)$

**21)** $C\left(\frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right)$ $E\left(\frac{4}{5}, 2\right)$ $D\left(1, \frac{2}{5}\right)$ (AB) $2x + y - 2 = 0$ **22)** $B(2, 4)$ $C(-1, -2)$

**23)** $-x + 3y - 23 = 0$ $3x + y - 1 = 0$ **24)** $(-2, -1)$ **25)** $(6, -1)$

**27)** $A(-1, -1)$ $B(2, 4)$ (AC) $7y - 2x + 5 = 0$ (BC) $3x + 4y - 22 = 0$
C(6, 1) Ecuación de la recta que contiene a la altura por C: $3x + 5y - 23 = 0$

**28)** *i)* $d(BC) = d(AC) = \sqrt{50}$ $\widehat{BAC} = 71º\ 33'$

*ii)* $(d(BC))^2 = (d(AC))^2 + (d(AB))^2$ $\widehat{ACB} = 56º\ 18'$ $\widehat{CBA} = 33º\ 41'$ *iii)* $m = \frac{1}{2}$

*iv)* dos soluciones: $-x + 7y + 25 = 0$ $7x + y - 25 = 0$ *v)* dos soluciones: $x = 3$ $y = 2$

**29)** 58º 44’ 66º 48’ 54º 27’ **30)** 5 unidades de área **31)** $\frac{9}{5}$ unidades de longitud

**32)** *i)* 7 unidades de longitud *ii)* 49 unidades de área **33)** *i)* $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ *ii)* $\lambda = -3$

**34)** *i)* Haz propio con centro en $(-1, -1)$ *ii)* Haz impropio, haz de rectas paralelas de pendiente $-\frac{1}{4}$

*iii)* Haz propio con centro en $(1, 2)$ *iv)* Haz impropio, haz de rectas paralelas de pendiente $\frac{1}{2}$

*v)* Haz propio con centro en $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ *vi)* Haz impropio, haz de rectas paralelas de pendiente $\frac{1}{4}$

**35)** $5x - 2y - 7 = 0$

**36)** *i)* $3x + 2y - 7 = 0$ *ii)* $2x - y = 0$ *iii)* $y = 2$
*iv)* $x = 1$ *v)* $4x + 3y - 10 = 0$ *vi)* $-x + 3y - 5 = 0$

**37)** *i)* $\lambda = -2$ *ii)* $-5x + 10y + 46 = 0$

**38)** *i)* No forman haz. *ii)* $x^2 + y^2 - 25 = 0$

**39)**