

EJERCICIOS PROPUESTOS

Matrices

1) Construya las siguientes matrices:

i) La matriz A de 2×4 tal que: $a_{ij} = i + j$

ii) La matriz B de 2×3 tal que: $b_{ij} = (-1)^{i+j}$ (i)

iii) La matriz C de 3×2 tal que: $c_{12} = c_{31} = c_{22} = 1$ $c_{32} = -2$
y los demás elementos cero.

iv) La matriz D de 3×4 tal que: $d_{ij} = i - j$

2) Construya la matriz A de 4×3 tal que:
$$\begin{cases} a_{ij} = i - j^2 & \text{si } i \neq j \\ a_{ij} = i - 2j + 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

3) Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Efectuar las siguientes operaciones:

i) $A+B$ ii) $A+C$ iii) $A-B$ iv) $A+B+C$ v) $C-A$ vi) $B-C-A$

4) Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -5 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Hallar: i) Una matriz D que verifique: $A+D=B$
ii) Comprobar que: $A+(B-C)=(A+B)-C$

5) Sean $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$

Calcular: i) $3A+2B$ ii) $-A-3B$ iii) $4A+2C-3B$

6) Hallar λ, x, y, z , de modo que: $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} x+3 & y+2 \\ z+1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}$

7) Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 6 \\ 3 & 7 & -15 \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Hallar a, b y k para que: $A+kB$ sea una matriz diagonal.

8) Hallar las matrices A y B que cumplen:
$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ A - B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

9) Hallar las matrices A y B tales que:
$$\begin{cases} 3A + B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 11 \\ 16 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ A - 2B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & 12 \end{pmatrix} \end{cases}$$

10) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 6 & 3 \\ 1 & 4 & 7 & 11 \\ -2 & 8 & 1 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ -1 & 4 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 6 & 3 \\ 1 & 4 & 7 & 11 \end{pmatrix}$$

Determinar cuales de los siguientes productos están definidos y en caso de que estén definidos efectuar la operación.

1) AB 2) BA 3) AC 4) CA 5) DA 6) AD 7) BC 8) CB 9) BD

11) Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ $B = (2 \ -1 \ 0)$ $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Realizar la única suma, las dos sustracciones y los cuatro productos posibles, entre estas matrices.

12) Sea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

i) Determinar A^2 y A^3

ii) Encuentre A^k donde $k \in \mathbb{N}^*$

13) Hallar la matriz A tal que: $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

14) Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} b & 1 & -2a \\ 0 & 1 & 0 \\ -c & -1 & 3c \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2a \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$

Hallar a, b y c para que $AB = I$

15) Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 2 & 8 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$

Hallar la matriz X tal que $AX - 3B = C$

16) Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Hallar las matrices X y Y tales que:
$$\begin{cases} AX + BY = \begin{pmatrix} 18 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \\ 2AX - BY = \begin{pmatrix} -21 & -5 \\ 11 & 5 \end{pmatrix} \end{cases}$$

17) Sean $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

Determinar: 1) A^T 2) B^T 3) $(A+B)^T$ 4) $A^T + B^T$



RESULTADOS: EJERCICIOS DE MATRICES

1) i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ ii) $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ iii) $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ iv) $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -8 \\ 1 & -1 & -7 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$

3) i) $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 10 \\ -5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ ii) $A + C = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 7 \\ -8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ iii) $A - B = \begin{pmatrix} -7 & -1 & 0 \\ 1 & -7 & -1 \end{pmatrix}$

iv) $A + B + C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 12 \\ -11 & 10 & 3 \end{pmatrix}$ v) $C - A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ vi) $B - C - A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

4) i) $D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ii) $(A + B) - C = \begin{pmatrix} 10 & -2 & 3 \\ -1 & 7 & 4 \\ -4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

5) i) $3A + 2B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -12 & 14 \end{pmatrix}$ ii) $-A - 3B = \begin{pmatrix} -9 & -7 \\ 11 & -21 \end{pmatrix}$ iii) $4A + 2C - 3B = \begin{pmatrix} -26 & -4 \\ -11 & -15 \end{pmatrix}$

6) $\lambda = 2$ $x = -2$ $y = 4$ $z = 3$ 7) $k = 3$ $a = 3$ $b = -6$ $A + kB = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

8) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 9) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$

10) 1) AB no son conformables. 2) BA no son conformables. 3) AC no son conformables.

4) $CA = \begin{pmatrix} -33 & 54 \\ 3 & 14 \\ 0 & 12 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

5) DA no son conformables.

6) $AD = \begin{pmatrix} -13 & 8 & -4 & 13 \\ 4 & 16 & 28 & 44 \end{pmatrix}$

7) $BC = \begin{pmatrix} 58 & 58 \\ 18 & 45 \\ -24 & 19 \end{pmatrix}$

8) CB no son conformables.

9) BD no son conformables.

11) $C + D = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ $C - D = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $D - C = \begin{pmatrix} -5 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

$AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

$BA = (2)$

$CA = \begin{pmatrix} 7 \\ 15 \end{pmatrix}$

$DA = \begin{pmatrix} -1 \\ 12 \end{pmatrix}$

$$12) \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^k = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13) \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$14) \quad a = 1 \quad b = 1 \quad c = 1$$

$$15) \quad X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$16) \quad X = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$17) \quad A^T = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 7 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad (A+B)^T = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 7 \\ 10 & 1 \end{pmatrix} \quad A^T + B^T = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 7 \\ 10 & 1 \end{pmatrix}$$